

Les estructures de l'Art durant l'etapa quaternària

La penúltima miniatura del *Breviculum* mostra Le Myésier demanant a Llull permís per redactar una antologia de la seva obra, i al mateix temps queixant-se de «la complexitat dels significats dels alfabetes de l'Art demostrativa i les seves setze figures, que confonen l'intel·lecte.»¹ De fet, tota l'Art quaternària fou no tan sols molt complexa sinó també molt variable. L'Art de l'etapa ternària, a més de tenir fonaments molt més senzills (només quatre figures), adopta, en paraules de Jordi Gayà, una forma modular,² que permet l'afegit d'un mòdul o la substitució d'un per un altre, en una progressió molt més ordenada. En canvi, l'Art quaternària sembla una cosa inestable, sempre en estat de flux experimental. En part això devia ser una reacció a crítiques o suggeriments exteriors, però també em sembla que Llull tenia una visió de la veritat —o millor dit, de la Veritat— com a cosa que havia de ser accessible per una multitud de camins. El fet que en provi un i a continuació un altre no vol dir necessàriament que trobi el primer descartable o incorrecte. Potser un dels dos camins resulti més eficaç, però sempre he tingut la impressió que Llull va passar la seva carrera llançant propostes, amb una generositat que per a nosaltres, els estudiosos, pot resultar desconcertant. Potser fos qüestió de sembrar molta llavor a fi de tenir una màxima collita.

En aquest article intentarem esbrinar aquests canvis d'orientació durant l'etapa quaternària, i mostrarem com una d'aquestes propostes té estructures precursors de la moderna teoria matemàtica dels grafs.

Finalment, en una mena d'apèndix que segueix aquest treball, donarem estadístiques sobre la difusió de l'obra lul·liana en l'Edat Mitjana i l'època moderna. Com podrà comprovar el lector, hi ha formulacions de l'etapa quaternària amb un ressò en la història del lul·lisme bastant diferent del que han tingut en la bibliografia moderna.

¹ J.N. Hillgarth, *Ramon Llull i el naixement del lul·lisme*, ed. Albert Soler; trad. Anna Alberni i Joan Santanach (Barcelona: Curial-Publicacions de l'Abadia de Montserrat, 1998), p. 212 i n. 125.

² *ROL* XX, xlii.

Els canvis entre els dos cicles de l'etapa quaternària

En el pas del cicle de l'*Ars compendiosa inveniendi veritatem* (ACIV) al de l'*Art demonstrativa* (AD), tots dos de l'etapa quaternària, podem detectar tres canvis importants.³

El primer té a veure amb els continguts de les figures. Ja són ben conegudes les diferències entre les llistes de conceptes de les Figures A i X:⁴

Figura A		Figura X	
ACIV	AD	ACIV	AD
Bonitas	Bonitas	1. <i>Sapientia</i>	Praedestinatio
Magnitudo	Magnitudo	2. Praedestinatio	Esse
Aeternitas	Aeternitas	3. Perfectio	Perfectio
Potestas	Potestas	4. Meritum	Meritum
Sapientia	Sapientia	5. <i>Potestas</i>	<i>Suppositio</i>
Voluntas	Voluntas	6. <i>Gloria</i>	<i>Immediate</i>
Virtus	Virtus	7. Esse	<i>Realitas</i>
Veritas	Veritas	8. <i>Scientia</i>	<i>Potentia</i>
Gloria	Gloria	1. <i>Justitia</i>	Liberum arbitrium
Perfectio	Perfectio	2. Liberum arbitrium	Privatio
Justitia	Justitia	3. Defectus	Defectus
Largitas	Largitas	4. Culpa	Culpa
Misericordia	<i>Simplicitas</i>	5. <i>Voluntas</i>	<i>Demonstratio</i>
<i>Humilitas</i>	<i>Nobilitas</i>	6. <i>Poena</i>	<i>Mediate</i>
Dominium	Misericordia	7. Privatio	<i>Ratio</i>
<i>Patientia</i>	Dominium	8. <i>Ignorantia</i>	<i>Objectum</i>

³ Les pistes que hem seguit per aquest treball vénen de tres estudis anteriors: Jordi Gayà, *La teoria luliana de los correlativos. Historia de su formación conceptual* (Palma de Mallorca, 1979), Josep Maria Ruiz Simon, «De la naturalesa com a mescla a l'art de mesclar (sobre la fonamentació cosmològica de les arts lul·lianes)», *Randa* 19 (1986), 69-99 (al qual caldria afegir una sèrie de correus electrònics de l'autor, amb aclariments molt útils), i Josep E. Rubio Albarracín, «L'evolució de les figures A, S, T de l'Art quaternària en el trànsit cap a l'Art ternària», *Taula* 37 (2002), 83-98. Aquests darrers dos autors, a més, han tingut l'amabilitat de llegir aquest treball i de fer suggeriments i correccions valuoses. També vull agrair al matemàtic Miquel Bertran de la Universitat Ramon Llull, que ha tingut l'amabilitat de llegir i corregir l'apartat sobre els grafs.

⁴ Gayà, *Correlativos*, 57-58, i Anthony Bonner, «Problemes de cronologia lul·liana», *EL* 21 (1977), 40-41. No citam el simple canvi d'ordre dels dos vicis de supèrbia i accídia entre els dos cicles consignat en aquest segon treball.

Aquí, com en les figures següents, hem posat en cursiva els conceptes que només apareixen en una de les dues llistes. A més, hem numerat els conceptes de la Figura X per tal de deixar clares les parelles de conceptes oposats: 1. Sapientia/Justitia, 2. Praedestinatio/Liberum arbitrium, etc.

Altres canvis tenen a veure amb la Figura T (només amb els conceptes secundaris del primer angle de Déu), i amb la de Teologia.

Figura T**Figura principiorum theologiae**

<i>ACIV</i>	<i>AD</i>	<i>ACIV</i>	<i>AD</i>
Deus:	Deus:	Divina essentia	Essentia
Unitas	Unitas	Dignitates	<i>Vita</i>
<i>Trinitas</i>	<i>Essentia</i>	<i>Operatio</i>	Dignitates
<i>Virtutes</i>	<i>Dignitates</i>	Articuli	<i>Actus</i>
		Praecepta	<i>Forma</i>
		<i>Sacramenta</i>	<i>Relatio</i>
		<i>Virtus</i>	Ordinatio
		<i>Cognitio</i>	<i>Actio</i>
		<i>Dilectio</i>	Articuli
		<i>Simplicitas</i>	Praecepta
		<i>Compositio</i>	Expositio
		Ordinatio	Prima intentio
		<i>Suppositio</i>	Secunda intentio
		Expositio	<i>Gloria</i>
		Prima intentio	<i>Poenā</i>
		Secunda intentio	<i>Aevum</i>

El lector pot comprovar el fet curiós que a la Figura de Teologia, com a l'anterior Figura X, Llull modifica exactament la meitat dels conceptes.⁵

Els canvis de la Figura T podrien semblar menors, i de fet la substitució de *Virtutes* per *Dignitates* té simplement a veure amb el canvi de denominació dels atributs divins entre els dos cicles.⁶ Però la substitució de *Trinitas* per *Essentia*

⁵ Igualment podrà comprovar que alguns conceptes que desapareixen de la Figura X o de la de Teologia de l'*ACIV* reapareixen a l'altra d'aquestes dues figures de l'*AD*, com si hi hagués un intercanvi.

⁶ Llull vacil·la entre els dos termes al cicle de l'*ACIV*, però en el de l'*AD* ja l'estabilitza en «dignitats». Vegeu el meu «Una nota sobre el mot *dignitas*», *Studia Lullistica et Philologica. Miscellanea in honorem Francisci B. Moll et Michaelis Colom* (Palma de Mallorca: Maioricensis

és deguda a un canvi important d'orientació entre els dos cicles, que pretén eradicar de l'Art qualsevol referència específicament cristiana.⁷ Mentre que a l'*ACIV* trobam proves de la Trinitat i de l'Encarnació, des de l'*AD* ençà ja no tornarem a trobar cap presentació central de l'Art que parli d'aquestes dues doctrines. Ho explica a les *Quaestiones Attrebatenses*, on contesta una pregunta del deixeble, Thomas Le Myésier:

Atès que Déu és tri i encarnat, pregunto: per què no has fet cap qüestió en l'Art sobre la Trinitat divina ni l'Encarnació?

L'Art és per a tots els homes, cristians, musulmans, jueus, i fins i tot pagans; no els seria comuna a tots, tanmateix, si la fe cristiana hi fos d'una manera *explicita*. Hi és *implicitament*, sobretot ...⁸

Així que en lloc de presentar l'Art directament com a instrument de demostració dels Articles de la Fe, d'ara endavant serà l'eina que fonamentarà aquesta demostració, que només elaborarà en obres a part: o bé francament sobre els Articles de la Fe, o bé presentades com a comentaris sobre una obra central, o fins i tot en obres literàries.⁹ És la tàctica clàssica de presentar fonaments inobjectables per a l'adversari, però que l'hauran ficat en un laberint del qual no podrà sortir sense admetre els objectius ulteriors no inicialment declarats: els de la veritat de la fe cristiana. Això fa part de la ja citada dèria de Llull de fer l'Art més universal o general, i al mateix temps restringir-la a un paper de suport metodològic de la tasca missionera.

Tanmateix, a l'Art sí que trobarem l'equivalent lul·lià dels *preambula fidei*, és a dir, coses acceptables a les altres religions del seu temps i àmbit geogràfic.¹⁰ És

Schola Lullistica, 1990), pp. 35-38. Es podria assenyalar també el retall de la Figura T als *Començaments de medicina*, amb la pèrdua de dos triangles, el primer de «Déu, creatura, operació» i del darrer d'«afirmació, dubitació, negació». Podria semblar una anticipació del retall de l'etapa ternària, però sembla respondre a dos triangles innecessaris en una obra que no era dirigida ni a l'apologètica ni a la persuasió.

⁷ Canvi assenyalat per Gayà, *Correlatius*, 57, per Rubio a «L'evolució...», 95, i per Ruiz Simon, *L'Art de Ramon Llull i la teoria escolàstica de la ciència* (Barcelona: Quaderns Crema, 1999), 365 n. 507.

⁸ Segueix una explicació principalment en termes de les definicions de l'Art ternària. Vegeu *Beati Raymundi Lulli Doctoris Illuminati et Martyris Tertii Ordinis Sancti Francisci. Opera parva. Tomus I*, Mallorca: Pere Antoni Capó, 1746, pp. 45-46, citat a J.N. Hillgarth, *Ramon Llull i el naixement...*, p.194 n. 49. Vegeu passatges similars a l'*Art demostrativa* (*OS I*, 384) i a l'*Art amativa* (*ORL XVII*, 8).

⁹ En el *Llibre de meravelles*, per exemple, parla de «Déu en sa essència, en ses dignitats, en sa trinitat, e en sa unitat» (*OS II*, 371), combinant tranquil·lament les formulacions de la Figura T dels dos cicles, la del *ACIV* i la de l'*AD*.

¹⁰ Si a l'*AD*, per exemple miram les qüestions generals sobre Déu (*OS I*, 400 ss.), trobarem «Si Déus és», «Si l'ànima beata en glòria pot haver coneixença de Déu sens que Déu no haja en si meteix

una divisió en certa manera exemplificada en el *Llibre del gentil*, el Llibre I del qual prova coses comunes a les tres religions (l'existència de Déu, l'existència en Ell de les dignitats i l'existència de la resurrecció), mentre que els articles de la fe cristiana són tractats al Llibre III.

El segon canvi té a veure no amb el contingut, sinó amb el paper de la Figura Elemental. Tot seguit veurem la seva situació a l'*ACIV*, com a apèndix de la Figura T, que en aquest cicle sol anomenar la «Figura significationum», dintre de la qual, la Figura Elemental és despatxada en dues ratlles, sense més explicacions ni detalls!¹¹ Aquest paper secundari contrasta extraordinàriament amb el seu lloc en el cicle següent. Ja en l'*AD* mateixa té un paper destacat, fins al punt que les primeres «condicions» (Dist. II) i les primeres demostracions, és a dir, respostes a les «questions» (Dist. IV), tracten aquesta figura i la teoria que n'emana. Escriu un *Liber exponens figuram elementalem Artis demonstrativae* i és el tema central del tan comentat *Liber chaos*. Així que passa de ser una mena d'afegit al cicle de l'*ACIV* a ser un dels principals fonaments de l'Art i de la cosmologia lul·liana al cicle de l'*AD*, per tornar a caure pràcticament en desús en les formulacions de l'Art de l'etapa ternària.

El tercer canvi té a veure amb la distribució de les figures, que a l'*AD* queda sistematitzada amb la divisió de cada una en una «primera figura» (normalment la circular) i una «segona figura» (la triangular). Amb l'anterior *ACIV*, emperò, aquesta distribució de les diverses figures és molt més *ad hoc*, segons la necessitat de cada una, i quan s'empra aquella terminologia de «primera i segona figura», es fa amb un altre sentit. Un problema afegit amb l'*ACIV* és que al text Llull no descriu les figures o, si ho fa, en dóna una descripció absolutament mínima; sembla suposar que la presència de les figures enmig del text bastarà, cosa que de vegades despatxa amb una frase com «prout in sua figura continetur». Segurament en haver vist la quantitat de manuscrits que començaven a circular sense que els encarregats de dibuixar les figures i llavors inscriure-hi tots els conceptes haguessin acabat la seva feina,¹² va decidir no deixar aquest aspecte a l'atzar; així que a l'*AD* dóna una descripció detallada del contingut i de la forma de cada figura.

obra intrínseca», «Si en Déu ha egualtat de bonea e bonificar, e granea e magnificar, e eternitat e eternificar, etc., ab sa saviea e entendre, e volentat e amar», etc. En les qüestions sobre la Figura de Teologia (ibid., 460 ss.), trobam «Si predestinació se cové mills a la saviea de Déu que a la justícia ni a totes les dignitats», «Si la forma de Déu pot esser especulada en est món», etc.

¹¹ Com tampoc en la resta de l'obra, on només és utilitzada de manera molt esporàdica. A la *Lectura compendiosa super Artem inveniendi veritatem* només ocupa mitja pàgina –*MOG* I, vii, 42 (474)–, i a l'*Ars universalis* li concedeix unes 6 pàgines –*MOG* I, viii, 6-9, 47-49 (488-491, 529-531)– d'un total de 123.

¹² Ho dic així, perquè hi ha molts manuscrits de l'època quaternària que tenen les figures totes dibuixades però buides de conceptes.

A fi de tenir una idea de com procedeix a l'*ACIV*, transcriurem el començament de l'obra:

A ponimus quod sit Deus, cui attribuimus sedecim virtutes, non accidentales sed essentielles (tamen non est nostrae intentionis loqui de virtutibus theologicis vel cardinalibus) ex quibus formantur centum viginti camerae, in quibus dilectores huius artis possunt ad Dei notitiam pervenire et necessariis rationibus proponere et solvere quaestiones.¹³

El mot «figura» no hi apareix, però el lector contemporani llegia aquest text enmig de dues figures, i per tant es podia adonar que les «sedecim virtutes» eren les de la figura circular, i que les «centum viginti camerae» s'havien de referir a la figura triangular.

Amb la figura següent el text comença d'una manera una mica més explícita:

S ponimus quod sit anima rationalis, quae habet quattuor quadrangulos, prout in sua figura continetur, qui sunt E I N R et qui sunt quattuor species S quae continent individua, quae sunt B C D, F G H, K L M, O P Q prout in figura S ostenduntur.

A continuació la divideix, no en dues figures, sinó que:

S dividitur in septem figuris: prima est suarum specierum, secunda est quindecim camerarum, tertia de E, quarta de I, quinta de N, sexta de R, septima indiviuorum specierum S.¹⁴

Constitueixen un quadre complicat de figures tabulars, d'aspecte similar. La que aquí anomena «primera», per exemple, conté totes les combinacions possibles –unitàries, binàries, ternàries i quaternàries– de les quatre «espècies» de S, i té aquesta forma:

E	I	N	R
EI	EN	ER	
IN	IR	NR	
EIN	INR		
E	I	N	R

¹³ Text del ms. Vat. lat. 5112 (XIV), compulsat amb Clm. 10502 (XIV), Palma, Bibl. Públ. 1031, 1032, 1053, 1074, i Palma, Vivot 5, II (tots aquests darrers del s. XV). Comparant amb el text de *MOG* I, vii, 2 (434), el lector podrà comprovar alguns dels canvis introduïts per Salzinger en aquesta primera obra de l'Art.

¹⁴ Texts corresponents a *MOG* I, vii, 2 (434).

Les altres sis figures, presentades de forma tabular similar, despleguen diverses combinacions dels dotze «individus» de la Figura S (B C D F G H K L M O P Q) amb les sis lletres (A T V X Y Z) de les altres figures.

La Figura T té una presentació encara més curiosa:

T ponimus, quod sit figura significationum, figurata quinque triangulis diversorum colorum facientibus quindecim angulos, et quilibet habet in se tria, et ipsi quindecim anguli formant centum quinque cameras, prout in sua figura continetur.¹⁵

Altra vegada descriu la figura circular i la triangular que se n'extreu com si fossin una sola figura. Un poc més endavant la divideix en tres figures, d'una manera sorprenent que ja ha estat remarcada per molts estudiosos:

T consistit in tribus figuris, quarum prima est ex quinque triangulis compositis intra unum circulum. Secunda est ex sexdecim cameris in quibus elementa sunt scripta, et est impressio in qua ostenditur tertia figura secundum tropologiam et allegoriam. Tertia figura est illa in qua T utitur in figuris aliis esta arte.

Aquí sí que la primera figura és la circular amb els cinc triangles, però la segona és la Figura Elemental amb els seus quatre quadrangles, despatxada, com ja hem dit, en dues ratlles. La tercera figura deu ser la triangular, que efectivament és la que s'empra en el discurs de l'Art.

No descriurem les figures restants. Crec que amb això el lector ja en té prou per veure la naturalesa *ad hoc* de la distribució de les diverses formulacions de cada figura a l'*ACIV*, cosa que canvia radicalment amb l'*AD*.

En aquesta darrera, com ja hem assenyalat, trobam al text mateix de l'obra descripcions minucioses de cada figura, tant del seu contingut com de la seva forma. Com a exemple, de la primera figura diu:

Aquesta figura és departida en dues figures, ço és a saber, primera e segona. La primera figura és circular, on està A en lo mig, segons que apar en lo començament de la *Art*, e és la figura composta de setze cambres havents línies de la una cambra a altra, a significar que totes les cambres han convenència i que en re no's contrariegen.

En aquelles cambres són escrites setze dignitats, les quals entenem esser en Déu, ço és a saber: bonea, granea, eternitat, poder, saviea, amor, vertut, veritat, glòria, perfecció, justícia, larguea, simplicitat, noblea, misericòrdia, senyoria.¹⁶

¹⁵ Text corresponent a *MOG* I, vii, 3 (435).

¹⁶ *OS* I, 292.

Com podem veure, no només dóna la llista dels conceptes de la figura –en aquest cas les dignitats divines–, sinó que ens presenta una descripció detallada de la forma física de la figura.

A més a més, a l'AD, trobam una divisió sistemàtica entre «primeres figures» –normalment les circulars¹⁷ i «segones figures», que seran les triangulars. I aquí la sistematització és tal que entra clarament en les formulacions de la moderna teoria matemàtica dels grafs. Per veure què vol dir això, donarem una breu explicació d'aquesta teoria; no una presentació formal, sinó merament intuïtiva perquè el lector pugui entendre l'ús que en fa Llull.¹⁸

Rudiments de la teoria dels grafs

Els grafs tingueren el seu origen com a mètode de mostrar les connexions entre els punts d'una xarxa, com per exemple d'una companyia distribuïdora de gas, aigua i electricitat a les cases d'una població, o d'una companyia de transport que opera entre moltes poblacions diferents. Per tal de veure com funciona això a una escala molt bàsica, imaginem una petita xarxa de carreteres entre quatre poblacions, que simbolitzarem com a B, C, D, i E, amb una carretera suplementària que fa la volta a C, a causa de qualche atractiu turístic com per exemple unes vistes impressionants. Això seria representable amb la Figura 1a:

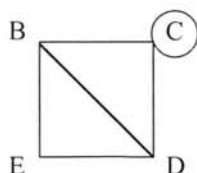


Fig. 1a

	B	C	D	E
B	0	1	1	1
C	1	1	1	0
D	1	1	0	1
E	1	0	1	0

Fig. 1b

¹⁷ L'única excepció és la primera Figura Elemental estructurada en quatre quadrangles, i que, com ja hem assenyalat, ara pren una importància extraordinària.

¹⁸ Per a una presentació formal, el lector podria consultar Narsingh Deo, *Graph Theory, with Applications to Engineering and Computer Science* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1974); L.R. Foulds, *Graph Theory Applications* (New York-Berlin: Springer-Verlag, 1992); i com a obra més divulgativa, Richard J. Trudeau, *Introduction to Graph Theory* (New York: Dover, 1993). En català hi ha l'excel·lent treball de Josep M. Basart i Muñoz, *Grafs: fonaments i algorismes* (Bellaterra: Univ. Autònoma de Barcelona, 1994).

La Figura 1b mostra una altra manera de representar aquesta situació. El fet de poder conduir de B a C o de C a B fa que en els compartiments de B-C i de C-B posam un 1; i pel fet de no poder anar directament de C a E ni de E a C, posam un 0 en els compartiments corresponents. La volta de sortida i tornada a C ens permet posar un 1 en el compartiment C-C, mentre que als altres compartiments de B-B, etc., on no podem fer aquesta trajectòria, posam un 0. Podem omplir la resta dels compartiments de la Fig. 1b seguint el mateix sistema.

Ara cal tenir en compte una mica de terminologia tècnica: la Figura 1a és una figura que els matemàtics anomenen un «graf»; B C D E són «vèrtexs»; les línies que els connecten són «arestes»; i la que parteix de i torna a C és un «llaç». La Figura 1b és una matriu, i tenint en compte la seva representació exacta de les relacions de la Figura 1a, s'anomena una «matriu d'adjacència». El fet que les carreteres del nostre exemple siguin transitables en les dues direccions vol dir que qualsevol compartiment, com per exemple B-C, tindrà el mateix número que el seu invers, en aquest cas C-B. Això fa que si dibuixam una línia imaginària des del cantó superior esquerre fins a l'inferior dret de la Fig. 1b (és a dir, travessant els compartiments de B-B, C-C, D-D i E-E), veurem que la matriu és simètrica a cada banda d'aquesta diagonal.¹⁹

Si ara prenim el graf de la Fig. 1a i connectam cada vèrtex (i, de moment, llevam el llaç), obtenim un graf que es diu «complet», com el de la Fig. 2a. Un graf complet d'aquesta mena és simbolitzat matemàticament com a K_4 .

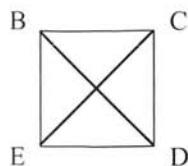


Fig. 2a

	B	C	D	E
B	0	1	1	1
C	1	0	1	1
D	1	1	0	1
E	1	1	1	0

Fig. 2b

Com a resultat d'aquesta completeness, la Fig. 2b ara té un 1 pertot llevat de la diagonal. Si a més el graf té llaços a cada vèrtex, la Fig. 2b tindria un 1 en tots els compartiments.

¹⁹ Si les carreteres fossin de direcció única, i hom pogués anar, per exemple, de B a C, però no de C a B (almenys directament), això els donaria una matriu amb un 1 al compartiment de B-C, i 0 al de C-B. En aquest cas, que ens donaria el que els matemàtics anomenen un «graf dirigit», la matriu d'adjacència ja no seria simètrica. Però com veurem, Llull únicament emprà grafs nodirigits amb matrius simètriques.

Doncs bé, la Figura A de l'Art lul·liana no és més que una versió expandida de la Fig. 2a, amb 16 vèrtexs en lloc de 4, cosa que la converteix exactament en una K_{16} .²⁰ La mateixa forma tenen les tres figures de Teologia, Filosofia i Dret.

Llull també utilitza la representació de la Fig. 2b, però alterant-ne la forma en quatre maneres que, de fet, són simples variants notacionals. En primer lloc, utilitza només una de les meitats triangulars (simètriques) de la matriu, evitant així la repetició del seu reflex exacte. En segon lloc, atès que no li interessien les noconnexions, s'estalvia de traçar la diagonal si té zeros. En tercer lloc, utilitza parelles de lletres i no el nombre 1 per a representar les arestes. Finalment presenta els compartiments en un ordre diferent. Com a resultat, Llull representaria una de les meitats triangulars d'una figura com la Fig. 2b amb l'equivalent de la Fig. 3.

BC	CD	DE
BD	CE	
BE		

Fig. 3

BB	CC	DD	EE
BC	CD	DE	
BD	CE		
BE			

Fig. 4

Si utilitzés repeticions (els «llaços» del graf), cosa que sembla que Llull només fa al cicle de l'*AD*, llavors tindríem la Fig. 4.²¹

A fi de mostrar molt breument la relació entre tot això i la combinatòria, diré que la Fig. 3 representa totes les combinacions possibles de 4 lletres preses de dues en dues sense repeticions, i la Fig. 4 representa la mateixa cosa però amb repeticions.²²

²⁰ De fet, Trudeau, *op. cit.*, p. 28, com a il·lustració d'un graf complet dona un dibuix d'un K_{16} que sembla una reproducció exacta de la Figura A.

²¹ Com a resultat de la seva reordenació, lletres repetides apareixen a la línia superior horitzontal de la seva mitja matriu, en lloc de trobar-se al llarg d'una diagonal.

²² Sense repeticions la fórmula és $n!/[(n-r)!r!]$, on n és el nombre (en aquest cas de lletres), r és el nombre de coses preses a la vegada, i $!$ indica la factorial ($4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$). Així que en aquest cas, on $(n-r)! = (4-2)! = 2! = 2$, i de manera igual amb $r!$, obtenim $24/2 \cdot 2 = 6$, que és el nombre de combinacions binàries de la Fig. 3. Amb repeticions, la fórmula és $(n+r-1)!/(n-1)!r!$, que en aquest cas dona $(4+2-1)!/3! \cdot 2! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2/3 \cdot 2 \cdot 2 = 120/12 = 10$, que és el nombre de compartiments de la Fig. 5.

Hi ha altres varietats de grafs que Llull utilitza. Les que hem vist fins ara es diuen grafs «connexos», donat que entre cada parella de vèrtexs existeix almenys un camí^{22a} que els uneix (com és el cas del K_{16} de les figures lul·lianes que hem vist); si no, s'anomenen «disconnexos». Així els grafs de les Figures 1a i 2a són connexos. Un graf disconnex pot aparèixer com dos grafs separats, com els dos triangles de la Fig. 5a,



Fig. 5a



Fig. 5b

que podríem redibuixar com dos triangles encavalcats com a la Fig. 5b. A fi de comprendre que les dues representacions són idèntiques des del punt de vista matemàtic, el lector ha de comprendre que les interseccions de la Fig. 5b són en aquest cas irrelevantes, és a dir que *no* són vèrtexs; matemàticament les dues figures representen el mateix graf disconnex, que podríem representar com a $D\ 2/3$, per indicar que és un graf disconnex de dos subgrafs de tres vèrtexs cada un.

Ara bé, llevat de les quatre figures connexes –A, Teologia, Filosofia i Dret– que ja hem vist, totes les altres primeres figures de l'AD, són disconnexes. La Figura S amb els quatre quadrangles seria un $D\ 4/4$, la Figura T amb els cinc triangles seria un $D\ 5/3$,²³ i les dues Figures V i X, amb dos conjunts de conceptes no connectats (o en termes lul·lians, no concordants), serien respectivament un $D\ 2/7$ i un $D\ 2/8$.

La darrera varietat de graf que emprà Llull és un graf amb vèrtexs però sense línies que els connectin, formació que es diu un «graf nul». Les Figures Y i Z són grafs nuls, amb només un vèrtex (o concepte) cada un (Veritat i Falsetat respectivament).²⁴

Pel que fa a les segones figures, només són mitges matrius d'adjacència en el cas dels grafs connexos de les Figures A, Teologia, Filosofia i Dret. En els altres casos, són mitges matrius de tota la figura, sense presentar una articulació especial dels subgrafs.

^{22a} Un camí entre dos vèrtexs x i y d'un graf és una successió d'arestes del graf, la primera de les quals "surts" de x , i la última "acaba" a y .

²³ Ja deu haver quedat clar, per les explicacions que hem donat, que les interseccions de les línies dels quadrangles de la S o dels triangles de la T no representen vèrtexs.

²⁴ No hem dit res de la Figura Elemental, que té molt en comú amb una estructura matemàtica que es diu «reixa» («lattice» en anglès), perquè la relació entre les dues no és senzilla i necessitaria més estudi.

Voldriem fer algunes observacions finals sobre l'ús que fa Llull d'aquests recursos gràfics. La primera és que, encara que els grafs de les primeres figures sempre es troben dibuixades dintre de cercles, això no hauria d'induir el lector a pensar que la figura ha de ser rotatòria.²⁵ És simplement la manera lul·liana de mostrar que tots els conceptes de cada graf formen un sol conjunt, o que els triangles, per exemple, de la Figura T constitueixen els subgrafs disconnexos d'un sol graf.

La segona és, com ja hem indicat, que Llull emprà únicament grafs nodirigits.²⁶ Això és motivat pel fet que en el seu sistema la cambra de bonitas magnitudo és igual a la de magnitudo bonitas.

La tercera observació és que els arbres que Llull emprà en altres obres també són grafs en el sentit matemàtic, és a dir, com a grafs en els quals no hi ha cap camí que pugui començar i acabar al mateix vèrtex. La imatge clàssica d'un arbre com una estructura en la qual els nodriments entren per les arrels, pugen pel tronc, per les branques, etc., però que no poden tornar enrere i davallar pel mateix camí, ni travessar, per exemple, d'una flor a una altra, seria matemàticament acceptable. A l'obra de Llull, els arbres de l'*Arbre de ciència*, de l'*Arbre de filosofia d'amor*, i els arbres porfirians de les seves obres lògiques, ho són també en el sentit matemàtic, mentre que els del *Llibre del gentil e dels tres savis*, i el de l'*Arbre de filosofia desiderat*, no ho són. En aquests darrers, arrels, tronc i branques no tenen cap funció; només es juga amb les flors.²⁷ Però si reescrivim els conceptes binaris del primer arbre, per exemple, del *Llibre del gentil*, de la manera següent

²⁵ No és que no n'hi hagi de rotatòries, però sempre s'especifiquen com a tals, i normalment es limiten a les figures «universals» o «demostratives» de l'etapa quaternària, o a la Figura Quarta de la ternària. Les úniques obres amb múltiples figures giratòries són les dues del cicle de l'*Art demostrativa* que estudiarem a continuació.

²⁶ Vegeu n. 19 més amunt per a grafs dirigits.

²⁷ «Flors» és el terme per les «cambres» de l'Art, en presentacions més popularitzants, com per exemple al *Llibre del gentil*. Però també trobam aquesta designació al *Liber principiorum theologiae* (MOG I, ix, 1 (607) i 30, (636)), al *Liber principiorum philosophiae* (MOG I, x, 1 (667)), on parla de «camerae sive flores», i en el *Liber de lumine*, l'*Ars de jure*, i els tres *Libri de intellectu, de voluntate i de memoria*, tots al ROL XX.

Bonea Granea	Granea Eternitat	Eternitat Poder	Poder Saviea	Saviea Amor	Amor Perfecció
Bonea Eternitat	Granea Poder	Eternitat Saviea	Poder Amor	Saviea Perfecció	
Bonea Poder	Granea Saviea	Eternitat Amor	Poder Perfecció		
Bonea Saviea	Granea Amor	Eternitat Perfecció			
Bonea Amor	Granea Perfecció				
Bonea Perfecció					

veurem que es tracta d'una altra mitja matriu igual a les que ja hem vist, i que és emprada de manera similar a les de l'*AD*.

Ha semblat oportú insistir en aquests mecanismes gràfics primer perquè és un altre exemple d'una intuïció matemàtica de Ramon Llull formulada i emprada de manera, si no rigorosa, almenys bastant exacta segles abans de la seva formulació moderna.²⁸ En segon lloc aquests mecanismes són importants perquè li proporcionen els fonaments no tan sols de pràcticament tota l'organització de l'*AD*, sinó també de les seves tècniques d'argumentació.

Pel que fa a l'organització, la segona distinció de l'*AD* és bastida sobre les segones figures elemental i demostrativa, els compartiments de les quals recorre sistemàticament per tal d'«introduir» la Figura T en cada un d'aquests compartiments.²⁹ En la tercera distinció comença a emprar cadenes de compartiments de les segones figures com a eina orientadora dels seus arguments. Per exemple, sota la Intenció 8, «Preïcar», explica que

Esta *Art* és doctrina de preïcar, segons que aquestes cambres

A	S	A	T	A	V	A	X	A	Y	A	Z
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

 foc aer ho signifiquen.³⁰

²⁸ Els altres exemples tenen a veure amb la teoria de la votació, per a la qual vegeu els escrits de I. McLean i John London, «Ramon Lull and the Theory of Voting», *SZ* 32 (1992), pp. 21-37, i Günter Hägele i Friedrich Pukelsheim, «Llull's Writings on Electoral Systems», *SZ* 41 (2001), pp. 3-38. Caldria insistir que aquestes propostes lul·lianes sobre la votació també empren mitges matrius.

²⁹ Vegeu *OS* I, 309 ss. per veure com funciona allò, i les notes 80 i 116 per a una explicació d'altres menes de segones figures que intercala en la Segona Figura Demostrativa.

³⁰ *OS* I, 386.

És aquest desplegament dels compartiments de les segones figures Demostrativa i Elemental que dona peu als raonaments que segueixen. A la quarta distinció les solucions de les qüestions es basen en cadenes de compartiments binaris similars a la que acabam de veure, amb un ordre basat en el primer compartiment de cada cadena, ordre que segueix el de la Dist. II.³¹ Més important és el fet que aquí les respostes a les qüestions empen raonaments basats en comparacions successives dels compartiments desplegats. Així, per exemple, la qüestió «Si Déus és», té la solució de

A	A
---	---

esser	perfecció
-------	-----------

privació	imperfeció
----------	------------

S	V	Y	Z
---	---	---	---

, amb compartiments de les figures Demostrativa i X, que es comparen un amb l'altre amb l'ajuda de la Figura T per treure les conseqüències positives de l'existència de Déu i les negatives de la seva noexistència.³² Així que es podria afirmar que gairebé tota l'organització i tot el mètode de raonament de l'*AD* estan basats en les segones figures.

Un parèntesi experimental

Poc després de l'*AD*, Llull escriu dues obres estretament emparentades, on estructura diversos elements de l'Art d'una manera novedosa: són l'*Ars inveniendi particularia in universalibus* (*AIPU*) i el *Liber propositionum secundum Artem demonstrativam compilatus* (*PropAD*). La primera cosa que crida l'atenció és la primacia donada a la Figura T:³³ l'*AIPU* tracta únicament aquesta figura, i el *PropAD* comença explicant que:

Quoniam T in hac Arte est instrumentum omnibus aliis figuris ipsius Artis, et super ipsum revolvuntur omnes, cum sine ipso in figuris hujus Artis nihil utile operari possit, ideo de ipso T tanquam de instrumento tractatur primitus in hoc praesenti opere; et quia de ipso tractatur primitus, dicitur et describitur prima figura.³⁴

Però allò que principalment uneix aquestes dues obres és una novetat en l'estructuració de les segones figures. Aquí Llull deixa tot el mecanisme de combinacions binàries i entra en combinacions ternàries. Atès que això és impossible amb la teoria dels grafs (que només funciona amb combinacions binàries), cal trobar un mecanisme diferent al de les mitges matrius. El troba en

³¹ Però aquí sense les intercalacions. Cal assenyalar que de vegades Llull es permet l'ús de compartiments amb més de dos components, com per exemple

E	A	V	Y
---	---	---	---

, o

I	V	Z
---	---	---

, de l'ànima racional que estima Déu, les virtuts i la veritat, o desama els vicis i la falsetat.

³² Vegeu *OS I*, p. 400, i un esquema de la prova a la p. 521.

³³ Fet que ja assenyala Rubio, «L'evolució...», 88-89, 93-95.

³⁴ *MOG III*, viii, 2 (504).

noves segones figures construïdes mitjançant tres cercles rotatoris. Com a mostra, aquí la segona Figura A del *PropAD*:³⁵



Cal insistir que les primeres figures (amb dues excepcions que comentarem a continuació) queden idèntiques a les de l'*AD*; només són les segones que reemplacen l'anterior mecanisme binari per aquest ternari. Com hem vist en el cas de l'*AD*, on les segones figures determinaren la forma del discurs de la resta de l'obra, aquí passa igual amb el discurs de l'*AIPU* i del *PropAD*. Per exemple, a l'*AIPU*, les proves de l'existència de Déu comencen «Camera 1. Operatio, Finis, Majoritas» «Camera 2: Differentia, Majoritas, Aequalitas», etc., seguint el camí al voltant dels tres cercles fixats amb aquella posició inicial d'«Operatio, Finis, Majoritas». Cada qüestió així és tractada amb quinze solucions resultants de donar la volta a aquests tres cercles fixats en una arbitrària posició inicial.

Més important és la possibilitat que això es podria deure a la comprensió de part de Llull que presentar dos membres del compartiment esser perfecció com a concordants, equivalgui a manipular un compartiment amb tres membres, esser perfecció concordança. És un mecanisme que és un precursor clar de la Quarta Figura de l'Art ternària, i de la subsegüent Taula que se'n deriva, però aquí sembla que no va donar els resultats que esperava, o potser trobava que, en

³⁵ Presa del manuscrit Paris, Bibl. Nat., lat. 16113, fol. 52v.

lloc de simplificar, complicava encara més tot el joc de les figures múltiples de l'Art quaternària, perquè l'abandona en obres posterior de l'etapa. A l'Art ternària, amb un nombre molt més limitat de figures, i gràcies a la manera com va muntar el mecanisme ternari, ho podia fer alhora més senzill i més general. Però de moment la cosa no passa de ser un experiment.

Una novetat igualment remarcable del *PropAD* té a veure amb el contingut de dues figures, o millor dit de dues primeres figures de S i de la Figura Elemental.

Figura S

recolentia
intelligentia
volentia
esse
forma
materia
conjunctio
simplicitas
compositio
substantia
accidens
virtus
operatio
interioritas
exterioritas
motus

Figura Elemental

igneitas
aereitas
aequeitas
terreitas
esse
forma
materia
simplicitas
compositio
substantia
accidens
virtus
operatio
interioritas
exterioritas
motus

La primera cosa evident en aquestes dues llistes és el canvi de denominació dels conceptes bàsics —els tres primers de la Figura S, i els quatre primers de l'Elemental—, que passen d'una designació més concreta (memoria, ignis, etc.) a una de més abstracta (*recolentia*, *igneitas*, etc.). O, com diu Llull en la descripció de cada una d'aquestes figures, ens proporciona ara en cada cas l'*essentia* en lloc de l'*esse*. En part respon una altra vegada a un intent de fer l'Art més general, abstracta i allunyada del seu anclatge en el món sensible, quotidià. També, com veurem quan tractam l'obra següent, té a veure amb un enfocament capaç d'acollir els correlatius, que funcionen amb les essències.

El segon canvi, encara més evident, és l'afegit d'una sèrie de conceptes nous, idèntics a cada figura (llevat de «conjunctio» que no apareix a la Figura Elemental), cosa que fa que aquestes dues figures passin a tenir 16 conceptes cada una.

Però Llull no abandona amb això les formulacions anteriors, sinó que les incorpora en la nova. En el cas de la Figura S, després d'explicar que la Primera

Figura té els setze conceptes que acabam d'anomenar en un cercle exterior, afegeix:

In medio hujus circuli sunt quatuor quadranguli diversimode colorati, per quos significantur potentiae animae et actus earum, secundum tenorem istius alphabeti descripti in his quatuor quadrangulis, prout in ipsa figura continetur.³⁶

I acaba explicant tot l'alfabet de B fins a R de l'*AD*. Així que la vella primera figura s'inscriu enmig de la nova.

Amb la Figura Elemental la cosa és similar, però el que inscriu enmig del cercle exterior amb les setze essències dels elements, no és la vella primera figura elemental, sinó la segona, la mitja matriu amb deu cambres binàries dels elements mateixos.³⁷

Aquest afegit de conceptes nous respon a un intent de part de Llull d'assimilar les dues figures una a l'altra, o més ben dit, de fer que l'una sigui el mirall de l'altra. A la mateixa obra diu:

Elementa sunt speculum S (nam quemadmodum ordinantur elementa in natura, sic ordinantur potentiae in S), et S est speculum A.³⁸

És una cosa que feia temps que Llull havia afirmat,³⁹ però que ara fa explícita amb un bastiment conceptual nou.

Abans de deixar aquest apartat, convendria estudiar alguns plantejaments del *PropAD*, no tan sols perquè demostren com Llull enfoca els caires canviants de l'Art en aquesta època, sinó també perquè el *PropAD* ha estat, com el lector podrà comprovar (vegeu la llista d'obres segons grau de difusió al final de l'article d'estadístiques imprès a continuació d'aquest treball), la novena obra més difosa de totes les del beat.⁴⁰

Després de tres distincions que vénen a ser una mena de manual d'usuari de l'obra, el seu cos principal es troba a la «Quarta distinctio, quae est de practica huius Artis», dividida en dues parts: una primera, «De propositionibus», que conté

³⁶ *MOG* III, viii, 3 (505).

³⁷ *MOG* III, viii, 6 (508).

³⁸ *MOG* III, viii, 10 (512); vegeu Rubio, «L'evolució...», 92. Aquesta corresponència entre les figures S i Elemental, Llull l'assenyala en molts llocs; vegeu, per exemple, *OS* I, 335 i 341-3, amb les notes 89 i 100-101.

³⁹ Com per exemple a la *Lectura compendiosa super Artem inveniendi veritatem* (*MOG* I, 42 (474)).

⁴⁰ Superada pel *Compendium seu commentum Artis demonstrativae*, tractada a continuació, i que ocupa la cinquena posició en aquella llista.

una sèrie de sentències molt semblants als proverbis que Llull manipularà tan magistralment més tard («Appetitus superbiae est ascensus non essendi et descensus essendi»⁴¹); i una segona, «De quaestionibus», que formularà les qüestions típiques del final de tantes obres lul·lianes, i on desplega la sèrie de cambres ternàries.

Cal advertir que amb les combinacions ternàries, Llull prohibeix l'ús de termes repetits. Després d'explicar com A A A no tendria significat, diu que:

hoc enim est quia in A T S V X etc. similes dictiones faciunt nullam figuram, velut in T de Deus Deus Deus, et sic de aliis, nulla figura efficitur; et in A de bonitas bonitas bonitas, et sic de aliis, similiter nulla figura efficitur. Hoc enim est quia inde non producitur aliquod significatum.⁴²

Però això només s'aplica a les combinacions ternàries; en les binàries, com amb la Figura Elemental, enmig de la qual, com hem dit més amunt, conserva la mitja matriu de la segona figura original, encara permet les repeticions d'ignis ignis, aere aere, etc.⁴³

Una càrrega de profunditat:

La Lectura super figuras Artis demonstrativae

Abans d'estudiar la *Lectura super figuras Artis demonstrativae* (*LectFigAD*), caldria fer unes observacions prèvies. Salzinger, a l'edició maguntina, en va publicar una part important, el *Liber chaos*, com a obra separada.⁴⁴ Sembla que l'editor alemany era conscient d'aquesta situació, perquè al lloc on caldria inserir la segona dins de la primera tal com indiquen els manuscrits, és a dir, entre l'apartat «De Figura Elemental» i el «De secunda Figura Elemental», la paginació

⁴¹ *MOG* III, viii, 25 (527).

⁴² *Ibid.*, 2 (504).

⁴³ Vegeu, per exemple, *Ibid.*, 35 (537). Al darrer apartat «De quaestionibus» sovint contesta amb un compartiment ternari seguit d'un binari elemental, com per exemple a *Ibid.*, 41 (543):

Deus operatio finis ignis ignis

⁴⁴ La *LectFigAD* a *MOG* III, iv (205-247), i el *Liber chaos* a continuació, v (249-292). La segona obra és notable tant per l'extensió (44 pàgines per al *Liber chaos* contra 43 per a la resta del *LectFigAD*), com pel contingut. El *Liber chaos* és importantíssim per les seves formulacions elementals i cosmològiques, com demostra la bibliografia bastant extensa que ha generat des de Frances Yates. Potser que també interessés a Salzinger extreure-la del seu lloc, com veurem, gairebé teològic, per poder així acostar-la més als seus interessos alquímics particulars. Cal afegir que des del començament del lul·lisme, hi ha hagut una voluntat de tractar el *Liber chaos* com a obra independent, en els catàlegs des del de l'*Electorium*, i en els manuscrits des del s. XV (vegeu l'obra H.B.10a a <http://orbita.bib.ub.es/llull/>).

apunta una misteriosa «23 usque 31».⁴⁵ Misteriosa per al no entès que no sap què vol dir això, i per a l'entès perquè el text que hi manca comprèn 44 pàgines i no 9. Sembla que el primer en temps moderns a descobrir la relació correcta entre les dues obres va ser Stöhr en un treball bibliogràfic molt important de l'any 1957, però les seves advertències durant molt de temps van passar bastant desapercebudes.⁴⁶ D'altra banda, el *Liber chaos*, com ha explicat Ruiz Simon, també ha patit de ser considerat LA formulació lul·liana sobre la teoria elemental i el seu ús com a fonamentació cosmològica, en lloc de ser UNA formulació –per molt important i interessant que sigui–, aspectes notables de la qual Llull anava modificant amb el pas del temps.⁴⁷

Ara, si prenem el conjunt de la *LectFigAD*, apuntarem primer que Llull hi renuncia a dos experiments de les obres anteriors: la primàcia de la Figura T i les segones figures ternàries rotatòries. Així que torna a l'ordre ja tradicional de les figures, i treballa de bell nou amb cambres binàries, coses evidentment necessàries en una «lectura» de l'*AD*. En canvi s'hi conserven els nous components de la Figura S i de l'Elemental de les dues obres anteriors, és a dir, les essències dels seus components bàsics («recolentia», etc. i «igneitas», etc.), amb les llistes de conceptes suplementaris. Si amb la Figura S aquests conceptes suplementaris tenen un paper menor,⁴⁸ amb la Figura Elemental arriben a constituir els títols de la majoria d'apartats que s'hi estudien.⁴⁹

Si ha abandonat les rodes ternàries, aquí en canvi trobam una altra formulació ternària, una no metodològica, sinó ontològica –els coneguts correlatius. Val la

⁴⁵ La pàginació segueix normalment, recomençant amb la pàgina 32 i acabant amb la 51. Però si comptam aquesta assenyalada amb «23 usque 31» com una pàgina, veurem que en realitat són 43 pàgines impreses de la *LectFigAD*.

⁴⁶ Johannes Stöhr, «Literarkritisches zur Überlieferung der lateinischen Werke Ramon Llulls», *EL I* (1957), p. 51. Fins i tot Friedrich Stegmüller, mestre de Stöhr a Freiburg i editor de la reimpressió de l'edició maguntina de l'any 1965, va tractar el *Liber chaos* com a obra separada. Platzeck al seu catàleg d'obres publicat l'any 1964, sota el núm. 21a, diu que bàsicament es tracta d'una part de l'*AD*!

⁴⁷ «Habitualment s'ha considerat el *Liber de Chaos* com l'obra en què es troba la filosofia natural de Llull, com el tractat cosmològic lul·lià per excel·lència. El fet real és, però, que les teories cosmològiques expressades en aquest llibre responen, només, a les tesis defensades pel Beat en un període relativament curt de la seva vida intel·lectual.» («De la naturalesa com a mescla...», *Randa* 19, 1986, p. 79).

⁴⁸ Es troben a l'apartat «De secundo gradu S» (*MOG* III, iv, 8 (212)), com a part dels arguments que s'hi presenten, sense una sistematització rigorosa.

⁴⁹ D'acord amb les pàgines de la reimpressió de *MOG* III: Esse – 249; Forma, Materia – 254; Simplicitas, Compositio – 255; Substantia – 274; Accidens – 272; Virtus – 261; Operatio intrinseca et extrinseca – 260, Motus – 253.

pena veure com els introdueix, ben al principi de l'obra, amb una invocació que comença:

Deus Pater et Domine, qui Deificativus es et Deificans aeternaliter et immense, Domine Deus Fili, qui Deificativus es et Deificabilis sine fine, Domine Deus sancte Spiritus qui Deificatus et Deificabilis in aequalitate Patris et Filii cum omni perfectione bonitatis et magnitudinis, aeternitatis, potestatis, sapientiae, etc...⁵⁰

Llavors, sota la segona Figura A, parla de la primera «cambra»:

quae in se continet has duas dictiones, videlicet, *bonitas*, *bonitas*, per quarum primam intelligimus divinam essentiam, per secundam vero ejus actum, scilicet bonificare, magnificare, etc., per quod necessario sequitur in ipso esse, et ipsius essentia bonificativus, bonificabilis, bonificare, bonificatus, et sic caeterae camerae hujus figurae similiter declinari debent.⁵¹

Aquesta primera «declinació» encara té components potencials i actuals tant de la part activa («-ativus» i «-ans») com de la passiva («-abilis» i «-atus»), les segones de les quals («-ans» i «-atus») desapareixeran de la formulació definitiva a la pròxima etapa de l'Art; però a part d'això, l'essencial del mecanisme ja s'hi troba formulat. Com ha mostrat Jordi Gayà en el seu llibre ja clàssic, hi ha molts antecedents d'aquesta estructura correlativa en obres anteriors, formulacions com matèria/forma/conjunció, començament/mitjà/fi de la Figura T, o agent/obra/mitjà.⁵² Igualment hi ha antecedents d'un dinamisme diví que internament produeix la Trinitat i externament la Creació.⁵³ També hi trobam la característica forma verbal treta d'un substantiu per expressar aquest dinamisme.⁵⁴ Però a la *LectFigAD* trobam dues novetats de gran importància: per primera vegada dona una formulació (1) completa i sistematitzada d'aquella «declinació», amb les tres formes derivades de cada substantiu: la verbal en -ar que uneix les dues formes adjectivals, -ativus i -abilis; i (2) que opera no tan sols en la Divinitat, sinó d'una

⁵⁰ *MOG* III, iv, 1 (205).

⁵¹ *Ibid.*, 4 (208).

⁵² *Correlativos*, 41. Vegeu també Pring-Mill, Robert D.F., *El microcosmos lul·lià* (Palma de Mallorca, 1961), 140-2, reimprès als seus *Estudis sobre Ramon Llull* (Barcelona: Curial-Publicacions de l'Abadia de Montserrat, 1991), 96-98.

⁵³ Normalment a l'etapa quaternària al triangle blau de la Figura T, sota el tercer angle d'«operatio» o «obra».

⁵⁴ Fins i tot en obres com el *Llibre del gentil*, en les proves trinitàries trobam formes verbals de les dignitats (o «virtuts», com les anomena en aquella obra) com «poderejar» i «saviejar». Vegeu *OS* I, 182 i *NEORL* II, 94.

manera idèntica a tots els nivells de la realitat, increada i creada. Amb això, Llull arriba a formular una visió completament trinitària del món.⁵⁵

Una darrera càrrega de profunditat

Després del desplegament dels correlatius, la darrera càrrega de profunditat de l'etapa quaternària ve del paper canviant de les dignitats –o millor dit de les semblances de les dignitats– com a fonaments de la cosmologia lul·liana. Atès que és una qüestió que Ruiz Simon ja ha estudiat detalladament,⁵⁶ aquí només en farem un repàs breu. A l'obra que acabam d'estudiar, Llull tracta el substrat de la realitat sensible, el caos, com el producte de les essències dels quatre elements. Dels correlatius que constitueixen cada essència, la composició de les seves quatre formes («ignificativum», «aerificativum», etc.) produeix una forma universal, mentre que la dels components materials («ignificabile», «aerificabile», etc.) produeix la matèria primera. Ambdues, conjuntes, constitueixen el caos, que és la causa material de tots els ens naturals i que conté en ell, ultra els cinc universals i les deu categories, totes les altres raons seminals.⁵⁷

En l'obra immediatament posterior, el *Liber exponens figuram elementalem Artis demonstrativae*, Llull introdueix una notable novetat. Aquí trobam, com diu Ruiz Simon, un «assaig –que es troba mig amagat a les seves pàgines– d'implicar les dignitats divines –a través de les seves semblances– en la teoria elemental, assaig que no té precedent en el pensament cosmològic lul·lià». Ho explica en tractar de la mescla i digestió, a través de l'exemple d'una planta de quart grau d'igneïtat:

In ipsa planta sunt mixtae similitudines elementorum, scilicet bonitas, magnitudo, duratio, potestas, etc. ignis cum bonitate, magnitudine, duratione, etc., terrae, aeris et aquae...⁵⁸

Així que les semblances de les dignitats no tan sols són presents en cada element, sinó que un compost es forma per la unió d'aquestes semblances.

⁵⁵ Vegeu Robert D.F. Pring-Mill, «The Trinitarian World Picture of Ramon Lull», *Romanistisches Jahrbuch* 7 (Hamburg, 1955-1956), pp. 229-256, traduït al ja citat *Estudis*, 161-189.

⁵⁶ Al seu ja citat article a *Randa* 19 (1986).

⁵⁷ Gran part d'aquesta exposició és una citació literal de l'article de Ruiz Simon, p. 81. Vegeu també Gayà, *Correlativos*, 61-62.

⁵⁸ Ruiz Simon, art. cit., 84-85; *MOG* IV, 7.

Al final del cicle, amb dues obres que Ruiz Simon ha anomenat de transició, el *Compendium seu commentum Artis demonstrativae* (*CompAD*) i les *Quaestiones per Artem demonstrativam seu inventivam solubiles* (*QqAD/Inv*), les semblances de les dignitats ja no són només presents en els elements que entren en un compost, sinó que constitueixen l'essència dels elements simples. Si en el *Liber chaos* «la forma i la matèria universals eren constituïdes, respectivament, a partir de les formes i les matèries dels elements simples, en el *Compendium*, la forma i la matèria de cadascun dels elements simples són constituïdes, respectivament, a partir de les formes i les matèries de les semblances de les dignitats. Fruit de tot això és, òbviament, que els elements simples ja no són considerats com a començaments primers de la naturalesa corpòria, sinó que es troben jeràrquicament subordinats a uns nous començaments primers: les semblances de les dignitats divines. Aquest fet, com és lògic, és correlatiu a in-negables canvis en les consideracions lul·lianes sobre la fonamentació i el funcionament de l'Art». ⁵⁹ A la darrera obra del cicle, les *QqAD/Inv*, ho diu d'una manera taxativa:

Omne reale ens est substantialiter creatum et constitutum de similitudinibus Dei, scilicet bonitate, magnitudine, duratione, etc., sicut homo, leo, planta, etc. ⁶⁰

Això implica, entre altres coses, una transferència de la funció significant, que passa de la Figura Elemental a la Figura A, és a dir que les significacions de la creació ja no es fan a partir de l'exemplarisme elemental, sinó a partir de les semblances de les dignitats divines. ⁶¹

Amb les (semblances de les) dignitats com a constituents de tota la realitat, i amb els correlatius actuant a tots els nivells, més que una simple afirmació del món fet a imatge de Déu, el que Llull ens dona ara és una explicació de l'ontologia d'aquesta imatge. I aquesta ontologia és necessàriament dinàmica –fet molt comentat en la bibliografia sobre Llull durant el darrer quart de segle–, a més de ser, com acabam d'explicar, necessàriament trinitària. Aquesta nova visió totalitzadora és el que permetrà la construcció d'obres com l'*Arbre de ciència*, i que li permetrà la reordenació de l'Art, un procés que començarà en l'obra comentada a continuació.

⁵⁹ Art. cit., 86.

⁶⁰ *MOG* IV, iii, 100 (116). Tot i això, la presentació a les *QqAD/Inv* és més vacil·lant, com explica Ruiz Simon a les pp. 87-88 del mateix article.

⁶¹ Art. cit., 86 i 88. L'apartat següent de l'article comença amb una cita llarga i bellíssima de l'*Art amativa* (*ORL* XVII, 25-29) sobre el paper de les semblances de les dignitats amb els corponents mecanismes correlatius en la constitució de les coses corporals, intel·lectuals i els mateixos raonaments de l'Art.

L'última transformació de l'etapa quaternària

En aquesta darrera obra, les *QqAD/Inv*, trobam uns canvis estructurals que ja orienten l'Art cap a les formes de l'etapa ternària. D'entrada, Llull no presenta cap figura, sinó que parla únicament dels

Principia ipsius Artis, quae sunt bonitas, magnitudo, aeternitas, potestas, sapientia, voluntas, virtus, veritas, gloria, etc.; differentia, concordantia, contrarietas, principium, medium, finis, majoritas, aequalitas, minoritas.⁶²

Són els components de les Figures A i T (sense anomenar-les), reduïts a nou cada un i tots qualificats com a «principia», ambdues coses com a l'etapa ternària. Amb això inicia una distinció terminològica que esdevindrà característica. «Bonitas», «magnitudo», etc., com a fonaments de l'Art són anomenats «principia» («començaments» en català), mentre que quan parla de la Divinitat, com aquí en les «Quaestiones de Deo» són anomenats «dignitats».⁶³ És una distinció important, perquè els «principia» són més generals: constitueixen els fonaments de tota la realitat, de la nostra comprensió d'ella i per tant de l'Art mateixa. Les «dignitats» constitueixen només un –el més alt, això sí– dels seus referents.⁶⁴

Les altres figures han desaparegut, encara sense el reemplaçament de la Tercera i Quarta Figures ni de les definicions de la nova etapa. En canvi, el cos de l'obra consisteix en l'aplicació d'aquests divuit «principia» a una sèrie de deu camps –Déu, altra vida, àngels, ànima, imaginativa, sensitiva, vegetativa i elementativa, motiva, moralitat– gairebé idèntics als *subjecta* de l'*Ars inventiva veritatis*,⁶⁵ precursor del «mòdul» que es començarà a incorporar a l'Art a partir

⁶² *MOG* IV, iii, 1 (17).

⁶³ *MOG* IV, iii, 2-54 (18-70).

⁶⁴ Com m'ha explicat Ruiz Simon en un correu electrònic, aquesta relació és de fet més complexa i vacil·lant, i potser no és fins a l'etapa ternària que els principis esdevenen absolutament generals. Assenyala un passatge del *CompAD* on Llull diu: «Bonitas, magnitudo, etc. in creaturis sunt prima principia, de quibus est constituta essentia cujuslibet creaturae, et ab essentia constitutum est esse cujuslibet creaturae, et ab esse fluunt operationes secundum rationem bonitatis, magnitudinis, etc., de quibus tanquam de similitudinibus Dei creatura per prius constituta est.» (*MOG* III, vi, 147 (437)). Així que en aquesta formulació tindriem, en paraules de Ruiz Simon, les dignitats com una mena de principis dels principis.

⁶⁵ Que es troben a l'apartat de Regles, a l'«Octava regula, quae est de punctis transcendentibus» (*MOG* V, 47 i ss.). L'única diferència és que en aquesta obra manca l'apartat de «Quaestiones alterius vitae» (sobre la Resurrecció) que es troba a les *QqAD/Inv*.

de la *Taula general* i l'*Arbre de filosofia desiderat*.⁶⁶ Això li permet de mostrar com la fonamentació de les (semblances de les) dignitats, el mecanisme correlatiu, i el resultat d'una estructura trinitària, es poden generalitzar, no tan sols als components de les figures clàssiques de l'Art quaternària, com són Déu, l'ànima racional i els elements, sinó a tots els esglaons de la realitat, increada i creada. Així que les altres figures esdevenen supèrflues. Si bé conserva la Figura A, ja no representa Déu, sinó que conté «principia» generals. I d'ara endavant, quan parlarà de Déu, no serà com a centre de la Figura A, sinó com l'esglaó més alt de la *scala naturae*.

Conclusió

En un període de setze anys (1274-1290) Llull va presentar dues formes bàsiques de l'Art –bàsiques en el sentit que donaren lloc a comentaris i a obres satèl·lit– amb una tercera, ternària, més experimental i sense conseqüències immediates. La segona d'aquestes propostes la va fonamentar en un precedent de la moderna teoria dels grafs. Durant l'etapa quaternària, la teoria elemental va passar de ser una mena d'apèndix científic, base de la medicina i dels arguments per «metàfora», a ser una fonamentació cosmològica amb un paper paradigmàtic en el discurs lul·lià.⁶⁷ Però aviat aquesta fonamentació en va trobar una altra de més profunda en les semblances de les dignitats, que derivaren cap als principis generals de l'Art. Al mateix temps, el dinamisme ontològic, sempre present quan Llull parlava de Déu, i sobretot de la Trinitat i de l'Encarnació, va quedar sistematitzat amb els correlatius, i aplicat a tota la realitat, increada i creada, per estructurar tota aquella realitat sobre un fonament trinitari. Finalment, en la darrera obra d'aquesta etapa, presenta una anticipació dels subjectes que més tard incorporarà definitivament a l'Art, en una obra que deixa de banda les figures S i Elemental, i que sembla un clar precedent del nou sistema que posarà en marxa amb l'*Ars inventiva veritatis*.

⁶⁶ En aquestes dues obres només apareix com a estructuració d'un apartat de les qüestions. Vegeu *ORL* XVI, 380, 144 ss. i XVII, 449. El text corresponent de l'*Ars compendiosa* (ed. Ottaviano, 155 ss.) és una còpia gairebé exacta del de la *Taula general* (que ara es pot comparar amb l'edició llatina de *ROL* XXVII, 235 ss.). Aquest «mòdul» no s'incorpora plenament a l'estructura i a l'alfabet de l'Art fins al *Liber de praedicatione* (*ROL* III, 144 ss.; vegeu els comentaris de Soria a la p. 95).

⁶⁷ Vegeu Gayà, *Correlativus*, p. 57.

Abstract

During the quaternary period, elemental theory goes from a mere scientific and «metaphoric» appendix to the Art, to a central role in the Lullian discourse. But it soon cedes its place to the semblances of the Dignities, which evolve into the Principles of the Art. Simultaneously, Llull's dynamic ontology, only present at first when treating of the Divinity, now becomes systematized with the correlatives and applied to all of creation, giving all of reality a trinitarian foundation. Finally, a precursor of the Nine Subjects appears in the last work of the quaternary phase.